Mercredi 30 septembre 2015

Première année : acoustique

Contrôle continu n°1 – 30 mn

Tout document interdit ; calculatrice autorisée

Détermination d'une solution particulière de l'équation différentielle complète en régime forcé

Une fois le régime transitoire totalement amorti, le mobile A va osciller entre deux positions extrêmes X_m et $-X_m$. Sa position sera donc repérée par $X(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi_x)$. Pour déterminer complétement $X(t)$, nous allons utiliser les *complexes* qui consiste à associer à l'équation différentielle précédente l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2\underline{X}}{dt^2} + \frac{1}{\tau_e}\frac{d\underline{X}}{dt} + \omega_0^2\underline{X} = \frac{F_m}{m}\exp\left[j(\omega t + \varphi_e)\right] = \frac{\underline{F}_m}{m}\exp\left[j\omega t\right]$$

dont la grandeur complexe $\underline{X}(t) = X(t) + jY(t)$ est solution. La solution que nous cherchons est alors la *partie réelle* de $X(t)$.

1. Donner l'expression de $X(t)$ ainsi que son amplitude complexe.
2. Calculer $\mathrm{d}\underline{X} / \mathrm{d}t$ et $\mathrm{d}^2\underline{X} / \mathrm{d}t^2$. Commentaires.
3. Résolution numérique de l'équation

Quelle condition doit vérifier l'amplitude complexe pour être solution de l'équation différentielle au-dessus ? En déduire l'expression de son module et de son argument.